ZEVrail

Musterbeitrag

Vergleich der dynamischen Eigenschaften von Radsatz und Losradpaar – Ein theoretischer Beitrag zu einer fast vergessenen Technik

Comparison of dynamic properties of a conventional wheelset and an independently rotating wheelset – A theoretical contribution to an almost forgotten technology

Univ.-Prof. Dr.-Ing. Torsten Dellmann, Dipl.-Ing. Basem Abdelfattah, Aachen (Deutschland)

Zusammenfassung

Im heutigen Hochgeschwindigkeitsverkehr werden fast ausschließlich konventionelle Radsatzfahrwerke eingesetzt. Diese besitzen die systeminhärente Eigenschaft, einen so genannten Wellenlauf auszuführen, der die Höchstgeschwindigkeit begrenzt. Losradfahrwerke dagegen besitzen eine höhere kritische Geschwindigkeit, haben jedoch den Nachteil der mangelnden Selbstzentrierung. In diesem Beitrag werden die grundlegenden dynamischen Eigenschaften des Losradpaares und des Radsatzes anhand einer mathematischen Analyse und einer Mehrkörpersimulation aufgezeigt und miteinander verglichen.

Abstract

In today's high-speed trains conventional wheelset bogies are used almost exclusively. These have the system-inherent disadvantage to have a hunting instability, which limits the top speed. Independently rotating wheels bogies, on the other hand, have a higher critical speed, but have the disadvantage of lacking a self-centering ability. This article describes and compares the basic dynamic characteristics of the independently rotating wheelset and the conventional wheelset based on a mathematical analysis and a multi body simulation.

1 Einleitung

Konventionelle Schienenfahrzeug-Fahrwerke bestehen typischerweise aus zwei Radsätzen, bei denen die Räder durch eine Welle miteinander verbunden sind. Durch die starre Verbindung der zwei Räder entsteht eine Drehzahlkopplung zwischen linkem und rechtem Rad. Dieser typische Aufbau findet sich seit Beginn der Eisenbahntechnik und hat sich in vielen Bereichen bewährt. Ein Nachteil dieser starren Kopplung von linkem und rechtem Rad ist jedoch die systeminhärente schwingende Bewegung des Radsatzes (Wellenlauf), welche bei hohen Geschwindigkeiten zu Instabilitäten führen kann. Zu jedem Fahrwerk gehört daher eine kritische Geschwindigkeit, die nicht überschritten werden darf, da es ansonsten zu sicherheitskritischem Verhalten, wie Spurkranzaufklettern, kommen kann.

Im heutigen Hochgeschwindigkeitsverkehr werden bis auf wenige Ausnahmen (Talgo) Radsatzfahrwerke eingesetzt. Eine Erhöhung der kritischen Geschwindigkeit wird dadurch erreicht, dass die schlingernde Bewegung des Fahrwerks durch eine steife Anbindung an den Wagenkasten vermindert wird.

Eine Möglichkeit, die Begrenzung durch die kritische Geschwindigkeit zu minimieren bzw. aufzuheben, ist der Einsatz von Losradfahrwerken. Kennzeichnend für Losradfahrwerke ist die fehlende Drehzahlkopplung zwischen linkem und rechtem Rad. Einhergehend mit dieser positiven Eigenschaft ist jedoch auch der größte Nachteil von Losradfahrwerken, nämlich die fehlende Fähigkeit der automatischen Spurführung durch die Längskraftschlusskräfte [1, 2].

Im Rahmen dieses Beitrags wird ein mathematisches (lineares) Modell zur Beschreibung der Systeme Radsatz und Losradpaar aufgestellt. Anschließend werden bisherige Aussagen über den Wellenlauf bei Losradfahrwerken überprüft und anhand einer Untersuchung der dynamischen Eigenschaften der Systeme werden die Stabilitätsgrenzen aufgezeigt. Zum Abschluss werden die Ergebnisse mit Hilfe eines Mehrkörper-Simulationsprogramms überprüft.

Das Wissen über die dynamischen Eigenschaften von Losradfahrwerken ist insbesondere für den Einsatz von Regelungen z. B. für angetriebene Fahrwerke oder Radnabenfahrwerke von Bedeutung [3, 4].

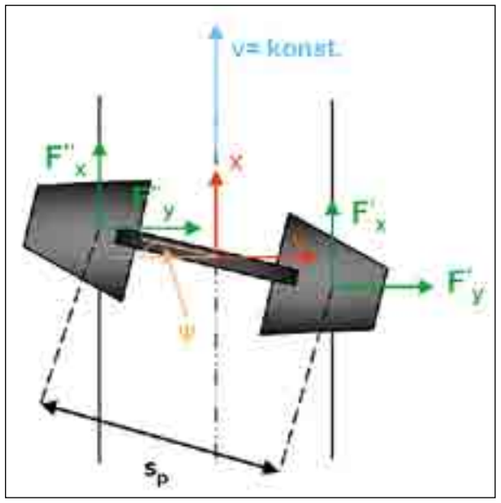


Bild 1: Ungefesselter Radsatz im Gleis (Index': rechtes Rad, Index": linkes Rad)

2 Mathematische Beschreibungen

2.1 Differenzialgleichungen

Die linearen Differenzialgleichungen (DGL) für die Bewegung eines frei laufenden (ungefesselten) Radsatzes mit kegeligem Profil sind bekannt [5] und lassen sich für kleine Winkel wie folgt aufstellen *(Bild 1)*:

Querbewegung: Aus dem Kräftegleichgewicht

$m \cdot \ddot{y} = F_y' + F_y''$

mit

$F_y = f_y \cdot G_R$

und der Linearisierung der Kraftschluss-Schlupffunktion

$f_y = b \cdot s_y$ (Kraftschlussbeiwert in y-Richtung)

ergibt sich

$$m \cdot \ddot{y} + \left(\frac{2 \cdot G_R \cdot b}{v}\right) \cdot \dot{y} - 2 \cdot G_R \cdot b \cdot \psi = 0. \qquad (1)$$

Drehbewegung: Aus dem Momentengleichgewicht

$$\Theta \cdot \ddot{\psi} = \frac{s_P}{2} \cdot (F_x'' - F_x')$$

mit

$F_x = f_x \cdot G_R$

und der Linearisierung der Kraftschluss-Schlupffunktion

$f_x = a \cdot s_x$ (Kraftschlussbeiwert in x-Richtung)

ergibt sich:

$$\Theta \cdot \ddot{\psi} + \frac{G_R \cdot a \cdot s_P^2}{2v} \cdot \dot{\psi} + \frac{s_P \cdot G_R \cdot a \cdot \tan\gamma}{r_0} \cdot y = 0 \qquad (2)$$

mit

F_x = Längskraftschlusskräfte,
F_y = Querkraftschlusskräfte,
m = Masse,
ψ = Gierwinkel,
G_R = Radaufstandskraft,
a = Kraftschlusskoeffizient in Längsrichtung,
b = Kraftschlusskoeffizient in Querrichtung,
s_P = Stützweite,
$\tan\gamma$ = Konizität,
r_0 = Rollradius (nom.),
s_x = Längsschlupf,
s_y = Querschlupf.

Im Vergleich zum oben beschriebenen Radsatz besitzt ein Losradpaar einen zusätzlichen Freiheitsgrad der Bewegung, den rotatorischen Freiheitsgrad der voneinander entkoppelten Räder. In bisherigen Modellen zur Beschreibung von Losradpaaren wird davon ausgegangen, dass keine Längskraftschlusskräfte auftreten. In diesem Fall vereinfacht sich das Gleichungssystem zu

$$m \cdot \ddot{y} + \left(\frac{2 \cdot G_R \cdot b}{v}\right) \cdot \dot{y} - 2 \cdot G_R \cdot b \cdot \psi = 0, \qquad (3)$$

$$\Theta \cdot \ddot{\psi} = 0 \quad (\text{da } F_x = 0). \qquad (4)$$

Daraus ist zu erkennen, dass eine Gierbewegung keinerlei Rückstellkraft verursacht. Da sich bei einem kegeligen Profil die Geometrieseitenkräfte aufheben ($S_\gamma' = S_\gamma''$), besitzt das System keinerlei Zentriereigenschaften. Somit beschreibt das obige DGL-System die Bewegung des Losradpaares ohne Zentriereigenschaften und ohne Längskraftschlusskräfte *(Bild 2)*.

Bei profilierten Rädern wird ein Zentrierungseffekt durch die unterschiedlichen Geometrieseitenkräfte am linken und rechten Rad erreicht. Eine laterale Verschiebung in y-Richtung würde dann eine langsam abklinkende Querverschiebung ohne Schwenkbewegung verursachen, da keine Kopplung zwischen Quer- und Wendebewegung vorhanden ist *(Bild 3)*. Dieses Verhalten gilt jedoch nur für den Fall, dass keine Längskraftschlusskräfte auftreten. Wenn jedoch das Losradpaar mit einer konstanten Geschwindigkeit v fährt und linkes und rechtes Rad trotz verschiedener Abrollradien und Winkelgeschwindigkeiten

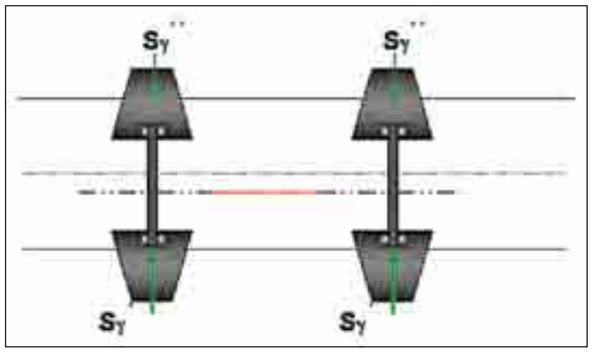


Bild 2: Fehlende Zentriereigenschaft bei einem Losradpaar mit Kegelprofil

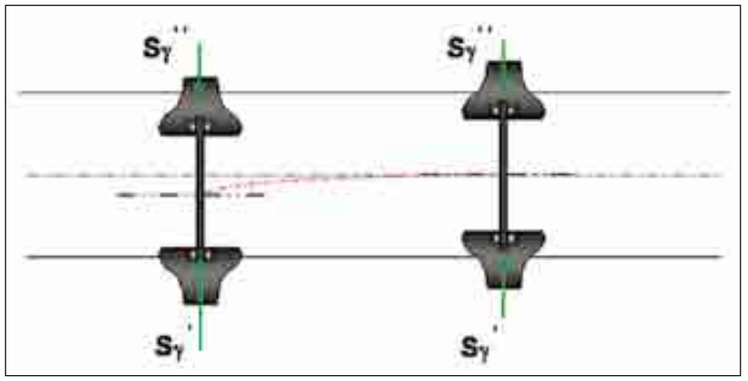


Bild 3: Lauf eines Losradpaares nach Anfangsauslenkung bei F_x=0 (profiliertes Rad)

(z. B. durch laterale Verschiebung) zunächst gleiche Umfangsgeschwindigkeiten haben, entsteht an den Rädern bei Änderung der Abrollradien (z. B. durch Querverschiebung) ein Längsschlupf, aus dem Längskraftschlusskräfte resultieren, welche die Räder beschleunigen bzw. verzögern, bis die Gleitgeschwindigkeiten im Radaufstandspunkt gegen null laufen.
Das Entstehen dieser Längskraftschlusskräfte wird im folgenden Abschnitt genauer erläutert.

2.2 Schwingung des Losradpaares

Als Startzustand wird eine Anfangsverschiebung in Querrichtung um Δy betrachtet. Ausgehend von diesem Startzustand *(Bild 4)* wird die Bewegung des Losradpaares, welches sich mit konstanter Geschwindigkeit v bewegt, genauer untersucht. In Position 1 sind die Umfangsgeschwindigkeiten U des linken und rechten Rades ($U' = \omega' \cdot r' = U'' = \omega'' \cdot r''$) und die Fahrzeuggeschwindigkeit v identisch. Durch die unterschiedlichen Abrollradien ergeben sich jedoch unterschiedliche Winkelgeschwindigkeiten von linkem und rechtem Rad, da die Räder nicht drehzahlgekoppelt sind. Dabei ist die Winkelgeschwindigkeit ω'' (linkes Rad) größer als die Winkelgeschwindigkeit ω' (rechtes Rad). Infolge der Geometrieseitenkräfte strebt das Losrad in negative y-Richtung, wodurch der Abrollradius r'' wächst. Der größere Radius führt zu einer Vergrößerung der Umfangsgeschwindigkeit U'' am linken Rad und damit zu einer Umfangsgeschwindigkeit, die größer ist als die Fahrzeuggeschwindigkeit. Somit entsteht am linken Rad ein positiver Schlupf mit einer in positiver x-Richtung wirkenden Kraftschlusskraft. Diese Kraftschlusskraft bewirkt ein Abbremsen des linken Rades. Der entgegengesetzte Vorgang tritt am rechten Rad auf, wodurch hier eine Kraftschlusskraft in negativer x-Richtung entsteht, welche das Rad beschleunigt ($U' < v < U''$). Das durch die Kraftschlusskräfte entstandene Drehmoment dreht das Losradpaar in positive ψ-Richtung.
In Position 2 hat das Losradpaar seine maximale Querverschiebung erreicht und beginnt mit einer Bewegung in die positive y-Richtung. Analog zu Position 1 wächst dabei der Abrollradius des rechten Rades r', während der des linken Rades r'' abnimmt. Durch die noch wirkende Kraftschlusskraft in positiver x-Richtung wird die Winkelgeschwindigkeit und somit die Umfangsgeschwindigkeit des linken Rades verringert, liegt jedoch noch über der Fahrzeuggeschwindigkeit v. Durch die vorhandenen Kraftschlusskräfte wird das Losradpaar weiterhin in positive ψ-Richtung verdreht, bis es seine maximale Verdrehung in Position 3 erreicht. Hier wird durch die weitere Bewegung in positiver y-Richtung der linke Radius r'' kleiner und der rechte Radius r' größer. In dieser Position ist die Umfangsgeschwindigkeit des linken Rades kleiner und die des rechten Rades größer als die Fahrgeschwindigkeit v ($U'' < v < U'$).
Dadurch entstehenden positive Kraftschlusskräfte am rechten bzw. negative Kraftschlusskräfte am linken Rad. Dies führt zu einer Abbremsung des rechten und einer Beschleunigung des linken Rades, und das Losradpaar beginnt eine durch das von den Kraftschlusskräften verursachte Drehmoment hervorgerufene Drehung in negativer ψ-Richtung.
In Position 4 wirkt diese Drehbewegung weiter, da weiterhin die Umfangsgeschwindigkeit des linken Rades kleiner und die des rechten Rades größer ist als die Fahrgeschwindigkeit v ($U'' < v < U'$). Das Losradpaar erreicht hier seine maximale Auslenkung in positiver y-Richtung. Die Beschleunigung des linken und die Abbremsung des rechten Rades hält an, bis in Position 5 das Losradpaar durch das wirkende Drehmoment und die wirkenden Geometrieseitenkräfte (wieder Verschiebung in negative y-Richtung) eine Position senkrecht zur Gleisachse, ähnlich der Position 1, erreicht ($U' = v = U''$). Dieser Schwingungsvorgang wiederholt sich ab hier.

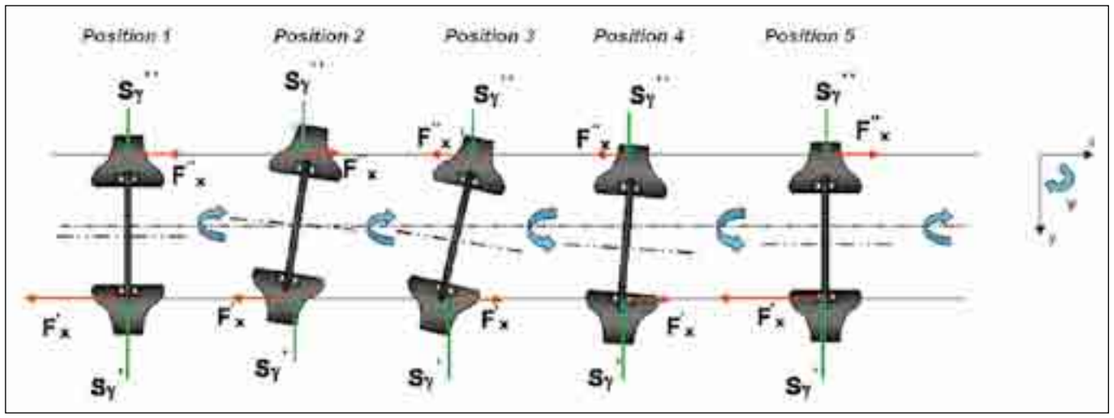


Bild 4: Wellenlauf eines Losradpaares

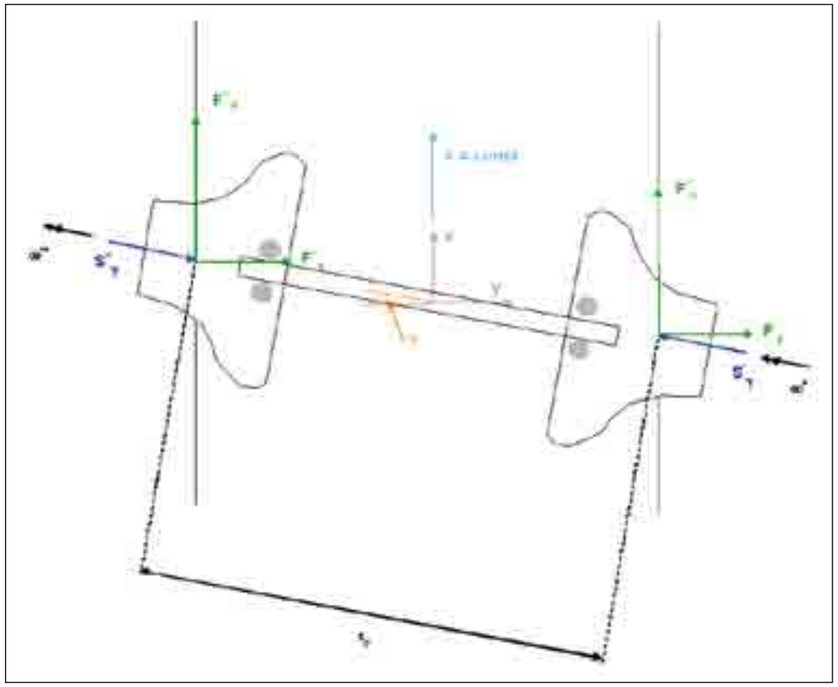


Bild 5: Ungefesseltes Losradpaar im Gleis

2.3 Differenzialgleichungen unter Berücksichtigung der Längskraftschlusskräfte

Um den Einfluss der Längskraftschlusskraft zu untersuchen, wird der zusätzliche Freiheitsgrad des Losradpaares (entkoppelte Drehbewebung zwischen linkem und rechtem Rad) berücksichtigt. Dazu werden im Folgenden die Differenzialgleichungen unter zusätzlicher Berücksichtigung der Längskraftschlusskräfte, der unterschiedlichen Raddrehzahlen und der Geometrieseitenkräfte (profiliertes Rad) aufgestellt *(Bild 5)*.
Für die Bewegungsgleichung in y-Richtung ergibt sich folgender Ansatz:

$$m \cdot \ddot{y} = F_y' + F_y'' + (S_\gamma'' - S_\gamma') \cdot \cos\psi. \tag{5}$$

Weiterhin gilt:

$$F_x' = f_x' \cdot G_R, \tag{6}$$

$$F_x'' = f_x'' \cdot G_R, \tag{7}$$

$$f_x = a \cdot s_x, \tag{8}$$

Längsschlupf an rechtem und linkem Rad:

$$s_x' = r' \cdot \frac{\omega'}{v} - 1 + \frac{s_P}{2v} \cdot \dot{\psi}, \tag{9}$$

$$s_x'' = r'' \cdot \frac{\omega''}{v} - 1 - \frac{s_P}{2v} \cdot \dot{\psi}. \tag{10}$$

Da linkes und rechtes Rad nicht drehzahlgekoppelt sind, ergeben sich für die Räder die folgenden Winkelgeschwindigkeiten:

$$\omega' = \omega_0 - \Delta\omega \quad (': \text{rechtes Rad}), \tag{11}$$

$$\omega'' = \omega_0 + \Delta\omega \quad ('': \text{linkes Rad}) \tag{12}$$

mit:
ω_0 = nominelle Winkelgeschwindigkeit in der Messkreisebene,
$\Delta\omega$ = Änderung der Winkelgeschwindigkeit.

Die unterschiedlichen Winkelgeschwindigkeiten von linkem und rechtem Rad ergeben sich durch die unterschiedlichen Abrollradien bei Verschiebung des Losradpaares im Gleis:

$$r' = r_0 + \tan\gamma \cdot y, \tag{13}$$

$$r'' = r_0 - \tan\gamma \cdot y. \tag{14}$$

Daraus ergibt sich mit

$$S_y' = \tan\gamma'(y) \cdot G_R \tag{15}$$

$$S_y'' = \tan\gamma''(y) \cdot G_R \tag{16}$$

die Bewegungsgleichung in y-Richtung

$$m \cdot \ddot{y} + G_R \cdot b \cdot \left(\frac{2}{v} \dot{y} - 2\psi \right) + (\tan \gamma'(y) - \tan \gamma''(y)) \cdot G_R = 0. \quad (17)$$

Die Kontaktwinkel γ' und γ'' sind nichtlinear von der Querverschiebung y abhängig. Deshalb wird die Berührfunktion wie folgt linearisiert:

$$\tan \gamma'(y) - \tan \gamma''(y) \approx \gamma'(y) - \gamma''(y) = \xi \cdot 2y. \quad (18)$$

Der Koeffizient ξ wird auch als Koeffizient der Profilsteifigkeit (oder Gravitationssteifigkeit) bezeichnet. Die Profilsteifigkeit c_{RS} ist wie in [6] definiert als

$$c_{RSy} = G_R \cdot \frac{\gamma'(y) - \gamma''(y)}{2y} = G_R \cdot \xi. \quad (19)$$

Somit lautet die lineare Bewegungsgleichung in y-Richtung:

$$m \cdot \ddot{y} + G_R \cdot b \cdot \left(\frac{2}{v} \dot{y} - 2\psi \right) + 2 \cdot G_R \cdot \xi \cdot y = 0. \quad (20)$$

Für die Drehbewegung eines Losrades ergibt sich folgender Ansatz:

$$J_Z \cdot \ddot{\psi} = \frac{s_P}{2} \cdot (F_x'' - F_x'). \quad (21)$$

Mit (6) bis (12) ergibt sich folgende Differenzialgleichung für die Gierbewegung:

$$J_Z \cdot \ddot{\psi} + G_R \cdot a \cdot \left[\frac{s_P^2}{2v} \dot{\psi} - \frac{s_P \cdot r_0}{v} \Delta\omega + \frac{s_P \cdot \tan \gamma}{r_0} y \right] = 0. \quad (22)$$

Durch die Entkopplung der Drehzahlen von linkem und rechtem Rad ergibt sich ein zusätzlicher Freiheitsgrad der Drehung um die y-Achse. Dafür gilt folgender Ansatz:

$$J_y \cdot \dot{\omega}' = -r' \cdot F_x'. \quad (23)$$

$$J_y \cdot \dot{\omega}'' = -r'' \cdot F_x''. \quad (24)$$

Die Differenzialgleichung für die Drehung um die y-Achse lautet insgesamt:

$$J_y \cdot \Delta\dot{\omega} - G_R \cdot a \cdot \left[\frac{s_P}{2v} \cdot \dot{\psi} \cdot r_0 - \frac{r_0^2}{v} \cdot \Delta\omega + \tan \gamma \cdot y \right] = 0. \quad (25)$$

Das lineare Differenzialgleichungssystem, das die Bewegung des Losrades unter Berücksichtigung der Längskraftschlusskräfte vollständig beschreibt, lautet zusammenfassend wie folgt:

$$m \cdot \ddot{y} + G_R \cdot b \cdot \left(\frac{2}{v} \dot{y} - 2\psi \right) + 2 \cdot G_R \cdot \xi \cdot y = 0, \quad (26)$$

$$J_Z \cdot \ddot{\psi} + G_R \cdot a \cdot \left[\frac{s_P^2}{2v} \dot{\psi} - \frac{s_P \cdot r_0}{v} \Delta\omega + \frac{s_P \cdot \tan \gamma}{r_0} y \right] = 0, \quad (27)$$

$$J_y \cdot \Delta\dot{\omega} - G_R \cdot a \cdot \left[\frac{s_P}{2v} \cdot \dot{\psi} \cdot r_0 - \frac{r_0^2}{v} \cdot \Delta\omega + \tan \gamma \cdot y \right] = 0. \quad (28)$$

3 Vergleich der dynamischen Eigenschaften von Radsatz und Losradpaar

3.1 Eigenwertanalyse

Im folgenden Abschnitt werden die dynamischen Eigenschaften eines ungefesselten Radsatzes und eines ungefesselten Losradpaares mit Hilfe der oben dargestellten mathematischen Beschreibungen miteinander verglichen.

Zur Diskussion der grundlegenden Dynamik der beiden ungefesselten Systeme wird eine Eigenwertanalyse mit Hilfe der Differenzialgleichungen durchgeführt. Um den Vergleich nur auf dem wesentlichen Merkmal des Losradpaares, der Entkoppelung der Winkelgeschwindigkeiten von rechtem und linkem Rad, basieren zu lassen, werden alle anderen Randbedingungen für beide Systeme konstant gehalten.

Da kegelige Räder keine Geometrieseitenkräfte aufbauen können, besitzt ein Losradpaar mit kegeligen Radprofilen, wie bereits oben beschrieben, keine Spurführungseigenschaften. Um den Vergleich zwischen Losradpaar und Radsatz durchzuführen, wird für beide Systeme von profilierten Rädern ausgegangen.

Für den ungefesselten Radsatz ergibt sich damit folgendes DGL-System:

$$\ddot{y} + \left(\frac{2 \cdot G_R \cdot b}{v \cdot m}\right) \cdot \dot{y} - 2\frac{G_R \cdot b}{m} \psi + \frac{Q \cdot \xi}{m} \cdot y = 0 \quad (29)$$

mit $Q = 2 \cdot G_R$,

$$\ddot{\psi} + \frac{G_R \cdot a \cdot s_P^2}{2v \cdot J_Z} \cdot \dot{\psi} + \frac{s_P \cdot G_R \cdot a \cdot \tan \gamma}{r_0 \cdot J_Z} \cdot y = 0. \quad (30)$$

Zur besseren Übersicht werden folgende Koeffizienten eingeführt:

$$A = \frac{2 \cdot G_R \cdot b}{v \cdot m}, \; B = 2\frac{G_R \cdot b}{m}, \; C = \frac{Q \cdot \xi}{m}, \; D = \frac{G_R \cdot a \cdot s_P^2}{2v \cdot J_Z},$$
$$E = \frac{s_P \cdot G_R \cdot a \cdot \tan \gamma}{r_0 \cdot J_Z}.$$

Mit dem Lösungsansatz $y = e^{\lambda t}$ (mit λ: Eigenwerte, t: Zeit) ergibt sich das folgende charakteristische Polynom:

$$\lambda^4 + (A + D)\lambda^3 + (C + DA)\lambda^2 + DC\lambda + CB = 0. \quad (31)$$

Für das ungefesselte Losradpaar ergibt sich das folgende, bereits oben hergeleitete DGL-System:

$$\ddot{y} + \left(\frac{2 \cdot G_R \cdot b}{v \cdot m}\right) \cdot \dot{y} - 2\frac{G_R \cdot b}{m} \psi + \frac{Q \cdot \xi}{m} \cdot y = 0, \quad (32)$$

$$\ddot{\psi} + \frac{G_R \cdot a \cdot s_P^2}{2v \cdot J_Z} \cdot \dot{\psi} + \frac{s_P \cdot G_R \cdot a \cdot \tan \gamma}{r_0 \cdot J_Z} \cdot y - \frac{G_R \cdot a \cdot s_P \cdot r_0}{v \cdot J_Z} \Delta\omega = 0, \quad (33)$$

$$\Delta\dot{\omega} + G_R \cdot a \cdot \frac{r_0^2}{v \cdot J_y} \cdot \Delta\omega - G_R \cdot a \cdot \frac{s_P}{2v \cdot J_y} \cdot r_0 \cdot \dot{\psi} - \frac{G_R \cdot a \cdot \tan \gamma}{J_y} \cdot y = 0 \quad (34)$$

mit den Koeffizienten

$$A = \frac{2 \cdot G_R \cdot b}{v \cdot m}, \; B = 2\frac{G_R \cdot b}{m}, \; C = \frac{Q \cdot \xi}{m}, \; D = \frac{G_R \cdot a \cdot s_P^2}{2v \cdot J_Z},$$

$$E = \frac{s_P \cdot G_R \cdot a \cdot \tan \gamma}{r_0 \cdot J_Z}, \; F = \frac{G_R \cdot a \cdot s_P \cdot r_0}{v \cdot J_Z}, \; G = G_R \cdot a \cdot \frac{r_0^2}{v \cdot J_y},$$

$$H = \frac{G_R \cdot a \cdot \tan \gamma}{J_y}, \; K = G_R \cdot a \cdot \frac{s_P}{2v \cdot J_y} \cdot r_0.$$

Mit dem Lösungsansatz $y = e^{\lambda t}$ ergibt sich das folgende charakteristische Polynom:

$$\lambda^5 + (A + L)\lambda^4 + (C + AL + M)\lambda^3 + (LC + MA)\lambda^2 + (MC + BE)\lambda + BN = 0. \quad (35)$$

mit L = D + G; M = G · D–F · K; N = G · E–F · H.

Die Wurzeln dieser charakteristischen Polynome beschreiben die Lösung der Differenzialgleichungen im Zeitbereich. Als Lösung erhält man die Eigenwerte in der Form $\lambda = \varepsilon \pm i\delta$ mit dem Imaginärteil $\mathrm{Im}(\lambda) = \delta$ = Kreisfrequenz und dem Realteil $\mathrm{Re}(\lambda) = \varepsilon$ = Dämpfungsfaktor).

Für die analytische Untersuchung werden die in *Tafel 1* zusammengestellten Parameter verwendet.

Tafel 1: Parameter der analytischen Untersuchung [5, 7]

Bezeichnung	Physikalische Größe	Einheit	Wert
m	Masse	kg	973
ξ	Koeffizient der Profilsteifigkeit	1/m	15
J_z	Massenträgheitsmoment um z-Achse	kg m²	484,75
J_y	Massenträgheitsmoment um y-Achse	kg m²	29,5
s_P	Stützweite	m	1,5
r_0	Rollradius	m	0,5
γ	wirksame Konizität	–	1/40
a	Kraftschlusskoeffizient in Längsrichtung	–	45
b	Kraftschlusskoeffizient in Querrichtung	–	116

Die Eigenwerte sind von der Geschwindigkeit abhängig und ergeben, in einer komplexen Zahlenebene aufgetragen, die Wurzelortskurve, deren Verlauf für einen ungefesselten Radsatz in *Bild 6* zu sehen ist. In *Bild 6* wird nur die erste Eigenform des Systems dargestellt, da die zweite Eigenform sehr stark gedämpft und damit nicht kritisch ist. Da der Realteil der negativen Dämpfung entspricht ($\varepsilon < 0$: stabil, $\varepsilon > 0$: instabil), beschreiben Eigenwerte mit negativem Realteil abklingende Schwingungen und Eigenwerte mit positivem Realteil aufklingende Schwingungen.

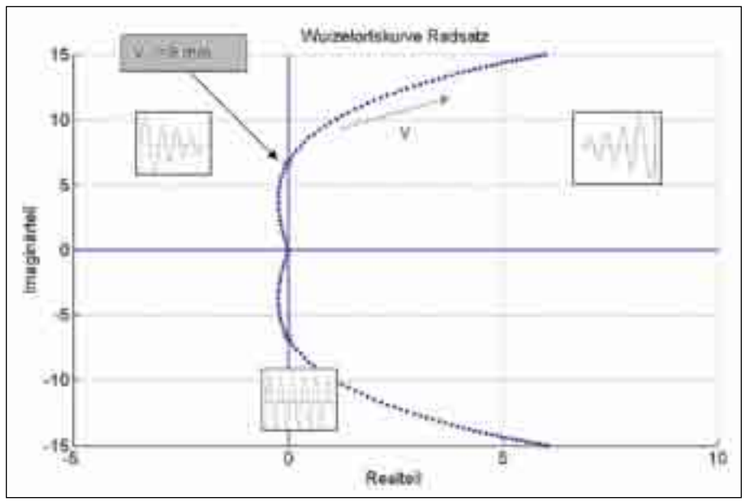


Bild 6: Wurzelortskurve eines ungefesselten Radsatzes (1. Eigenform)

Mit steigender Geschwindigkeit v wandern die Eigenwerte zuerst in den linken oberen Quadranten. Dies bedeutet, dass mit zunehmender Geschwindigkeit die Frequenz der Schwingung zunimmt. Ebenfalls steigt die Dämpfung an, so dass es sich hier um eine gedämpfte Schwingung handelt. Bei einer weiteren Erhöhung der Geschwindigkeit wird die Dämpfung kleiner, bis sie bei der kritischen Geschwindigkeit zu 0 wird. Wenn die Geschwindigkeit weiter erhöht wird, beginnt das System aufzuschwingen und wird instabil (die Kurve wandert in den positiven Realteil). Bei dem hier vorliegenden Radsatz liegt die Grenzgeschwindigkeit bei ca. 9 m/s.

Analog zur obigen Betrachtung wird die Wurzelortskurve für das ungefesselte Losradpaar berechnet. Dabei ergibt sich der in *Bild 7* dargestellte Verlauf. Die Ei-

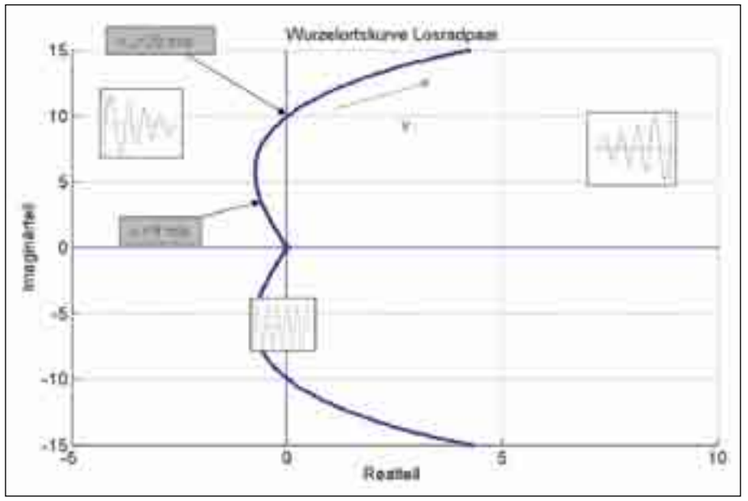


Bild 7: Wurzelortskurve eines Losradpaares

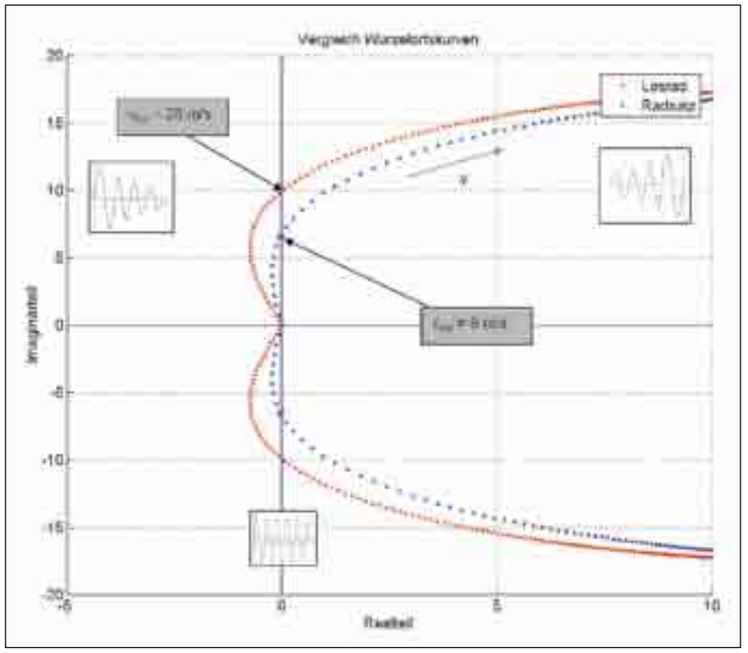


Bild 8: Wurzelortskurven von Losradpaar und Radsatz

genwerte liegen zu Beginn mit zunehmender Fahrgeschwindigkeit stärker im gedämpften linken Bereich. Beim Erreichen der für den Radsatz kritischen Geschwindigkeit von 9 m/s ist das System immer noch gedämpft und damit stabil. Des Weiteren ist bei dieser Geschwindigkeit die Eigenfrequenz des Systems deutlich kleiner als beim Radsatz.

Zum besseren Vergleich sind in *Bild 8* die Wurzelortskurven von Radsatz und Losradpaar gemeinsam dargestellt. Die Grenzgeschwindigkeit, bei der das System beginnt aufzuschwingen, liegt beim Losradpaar deutlich höher als beim Radsatz. Beim Losradpaar ergibt sich eine Grenzgeschwindigkeit von 28 m/s im Vergleich zu ca. 9 m/s für den Radsatz. Weiterhin ist die generell stärkere Dämpfung des Systems Losradpaar zu erkennen.

Bei der dargestellten analytischen Betrachtung wurden Linearisierungen und Vereinfachungen vorgenommen. Um die Aussagen der analytischen Betrachtung zu bestätigen, werden zusätzliche Untersuchungen mit Hilfe des Mehrkörpersimulations-(MKS-)Programms SIMPACK durchgeführt.

3.2 SIMPACK Untersuchung

Mit Hilfe des MKS-Programms SIMPACK ist es möglich, das nichtlineare Verhalten eines Radsatzes bzw. eines Losradpaares zu untersuchen. Dazu wird ein einfaches Modell eines Radsatzes bzw. eines Losradpaares erstellt. Um den Wellenlauf zu initiieren, werden die Modelle durch eine Anregungskraft in Querrichtung verschoben. Der Modellierung werden die in *Tafel 2* zusammengestellten Parameter analog zur analytischen Betrachtung zu Grunde gelegt.

Zum Vergleich der Systeme Radsatz und Losradpaar wird zuerst eine Simulation eines ungefesselten Radsatzes durchgeführt. In *Bild 9* ist der typische Wellenlauf eines Radsatzes zu sehen. Die Simulation wird für die Geschwindigkeit $v = 10$ m/s durchgeführt, zu erkennen ist ein Aufklingen (oder Anwachsen) der Schwingungsamplituden – es handelt sich hier also um einen instabilen Zustand. Die kritische Geschwindigkeit

Tafel 2: Parameter für die Untersuchung mit SIMPACK

m	Masse	kg	972
J_z	Massenträgheitsmoment um z-Achse	kg·m²	484,75
J_x	Massenträgheitsmoment um y-Achse	kg·m²	29,5
s_y	Stützweite	m	1,5
Profil Rad	S1002		
Profil Schiene	UIC60		

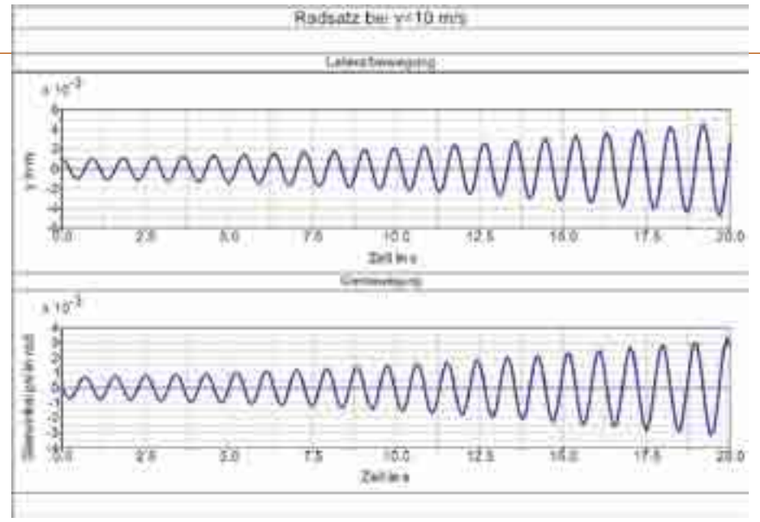


Bild 9: Wellenlauf eines ungefesselten Radsatzes (Lateral- und Gierbewegung)

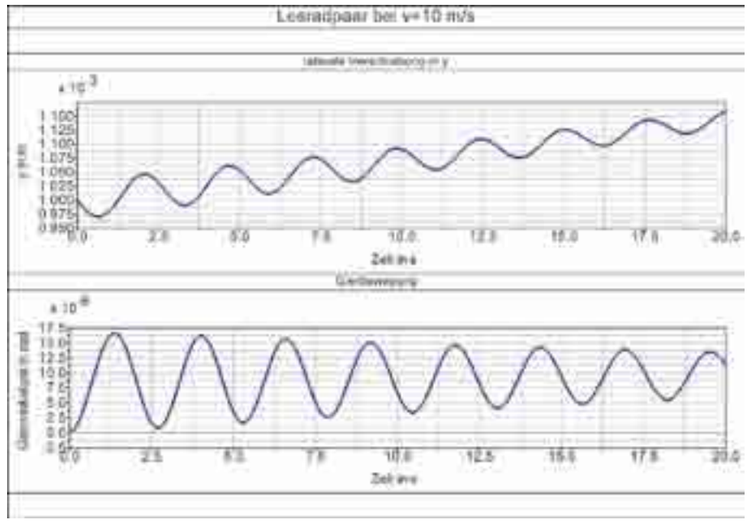


Bild 10: Laterale Verschiebung und Gierbewegung eines ungefesselten Losradpaares

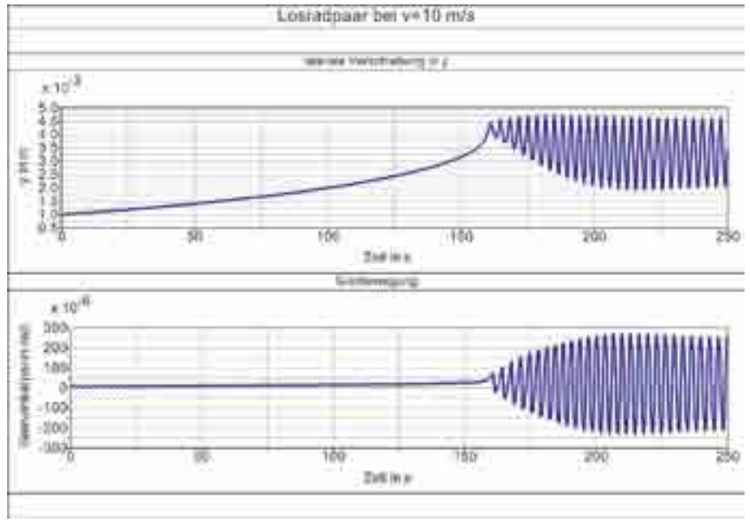


Bild 11: Einseitiges Anlaufen eines Losradpaares (längere Simulationsdauer)

des Radsatzes liegt in der Simulation bei ca. 7 m/s.

Zur Beurteilung und zum Vergleich des dynamischen Verhaltens von Losradpaar und Radsatz wird eine Simulation für eine Geschwindigkeit von ebenfalls $v = 10$ m/s mit denselben Parametern wie beim ungefesselten Radsatz durchgeführt. Zur genauen Analyse sind in den nachfolgenden Bildern die laterale Verschiebung, die Gierbewegung und die Winkelgeschwindigkeit des linken und des rechten Rades dargestellt.

Bild 10 zeigt die Schwingung des Losradpaares bei $v = 10$ m/s. Im Gegensatz zum Radsatz handelt es sich hier um einen stabilen Zustand, da eine gedämpfte Schwingung vorliegt. Die Amplituden der Lateral- und Gierbewegungen sind kleiner als beim ungefesselten Radsatz. Ein weiterer Effekt, der sich in *Bild 10* und *Bild 11* zeigt, ist das einseitige Anlaufen des ungefesselten Losrades. Die Darstellung der lateralen Verschiebung lässt ein Anlaufen in positiver y-Richtung erkennen. Nach dem Abklingen der Schwingung führt das fortdauernde Anlaufen zu einem Spurkranzkontakt am rechten Rad, welcher zu einer lateralen Schwingung und einer Gierbewegung um die Symmetrieachse führt *(Bild 11)*. Eine Anfangsverschiebung des ungefesselten Losradpaares in negativer y-Richtung führt demzufolge zu einem einseitigen Anlaufen in negativer y-Richtung. Ein unter idealen Bedingungen und exakt in der Gleismitte startendes Losradpaar fährt dagegen ohne Anlaufen in der Gleismitte. Das Verhalten des ungefesselten Losradpaares bezüglich des Anlaufens kann als „bistabil" bezeichnet werden, und lässt sich mit dem Beispiel einer Kugel aus *Bild 12* veranschaulichen. Eine kleine Auslenkung reicht aus, um ein Anlaufen in Auslenkungsrichtung zu verursachen. Das Anlaufen wird durch den Spurkranzkontakt begrenzt, das Losradpaar fährt einseitig verschoben weiter. Es handelt sich hier um eine neue Gleichgewichtslage. In *Bild 13* sind die unterschiedlichen Winkelgeschwindigkeiten dargstellt, die einen Schlupf verursachen. Diese rufen gegensätzliche Längskraftschlusskräfte an den Rädern (wie bereits oben beschrieben) hervor *(Bild 14)*. Im Ver-

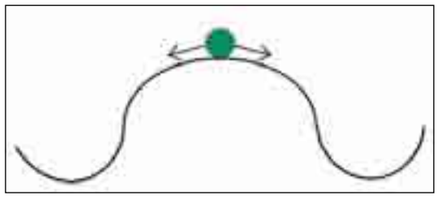


Bild 12: Beispiel für den Stabilitätszustand eines anlaufenden ungefesselten Losradpaares

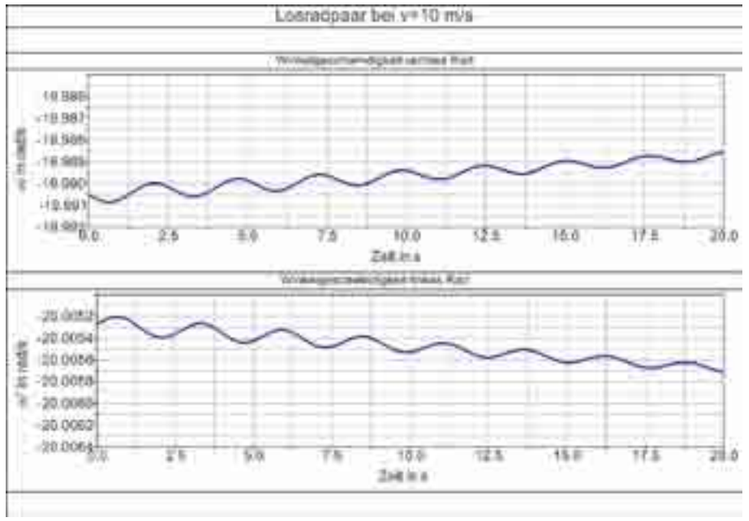


Bild 13: Winkelgeschwindigkeit rechts und links eines ungefesselten Losradpaares

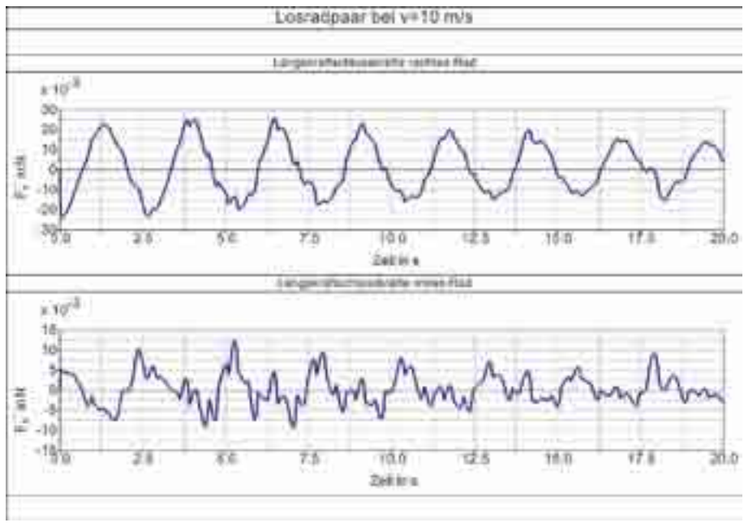


Bild 14: Längskraftschlusskräfte an einem Losradpaar

gleich mit *Bild 15* ist zu erkennen, dass die aufgebauten Längskraftschlusskräfte am Losradpaar deutlich kleiner sind als die Längskraftschlusskräfte an einem Radsatz.

Als Maß für den Verschleiß wird häufig die Kraftschlussverlustleistung herangezogen, welche als Produkt aus Kraftschlusskraft und Relativgeschwindigkeit definiert ist. Die deutlich kleineren Längskraftschlusskräfte am Losradpaar bedeuten ein niedrigeres Verschleißniveau des Losradpaares bei Fahrt auf der Geraden *(Bild 16)*.

Die Kraftschlussverlustleistung P des Radsatzes liegt bei ca. 1,5 W, die des Losradpaares bei 0,03 W. Generell handelt es sich hier, bedingt durch die reine Geradenfahrt, um kleine Werte. Während bei $v = 10$ m/s beim Radsatz schon ein instabiler Zustand vorliegt, ist die Grenzgeschwindigkeit des Losradpaares noch nicht erreicht und damit der Wellenlauf deutlich geringer ausgeprägt. Aber auch bei einer Erhöhung der Geschwindigkeit des Losradpaares bis an die Grenzgeschwindigkeit liegt die durchschnittliche Kraftschlussverlustleistung des Losrades mit 0,06 W niedriger als beim Radsatz. Dies ist, wie oben erläutert, in den kleineren Längskraftschlusskräften beim Losradpaar begründet.

Die Untersuchungen mit dem MKS-Modell zeigen den Wellenlauf des Losradpaares. Damit decken sich die Simulationsergebnisse mit den Ergebnissen der vorgestellten analytischen Beschreibung des Wellenlaufs bei Losradpaaren.

Im nächsten Schritt wird mit Hilfe einer Parametervariation die Geschwindigkeit des Losradpaares erhöht, bis sich ein instabiler Zustand einstellt. Daraus lässt sich die kritische Geschwindigkeit ermitteln.

In *Bild 17* ist der Gierwinkel für die Geschwindigkeiten $v = 22$ m/s (grün) und $v = 24$ m/s (blau) dargestellt. Während bei $v = 22$ m/s ein stabiler Zustand vorliegt, ist bei $v = 24$ m/s ein Aufklingen des Gierwinkels zu erkennen. Somit handelt es sich um einen instabilen Zustand, die kritische Geschwindigkeit für das Losradpaar liegt bei ca. 23 m/s.

4 Fazit

Anhand einer mathematischen Untersuchung eines Losradpaares konnte gezeigt werden, dass es sich hierbei, ähnlich dem Radsatz, um ein System handelt, welches Schwingungen (Wellenlauf) ausführen kann. Die kritische Geschwindigkeit liegt jedoch deutlich über der kritischen Geschwindigkeit des Radsatzes. Da in der analytischen Untersuchung Linearisierungen und Vereinfachungen vorgenommen wurden, werden mit Hilfe eines nichtlinearen MKS-Modells die Ergebnisse verifiziert. Auch hier zeigen sich der bei der mathematischen Analyse festgestellte Wellenlauf und die höhere Grenzgeschwindigkeit im Vergleich zu einem Radsatz.

Obwohl die kritische Geschwindigkeit deutlich höher liegt als beim Radsatz, ist die Kenntnis über den Wellenlauf bei Losrädern wichtig für eine mögliche Regelung eines angetriebenen Losradfahrwerks. Ebenfalls sind Kenntnisse über die dynamischen Eigenschaften des Losradpaares für eine möglichst gute Unterdrückung des Wellenlaufs mit Hilfe von Konstruktionsparametern (z. B. Dämpfung) notwendig. Im Zuge weiterer Überlegungen wird eine Parameteruntersuchung stattfinden, um die Sensitivität des Wellenlaufs gegen Änderungen von Fahrwerksparametern (Anbindungsdaten, Radstand etc.) näher zu untersuchen.

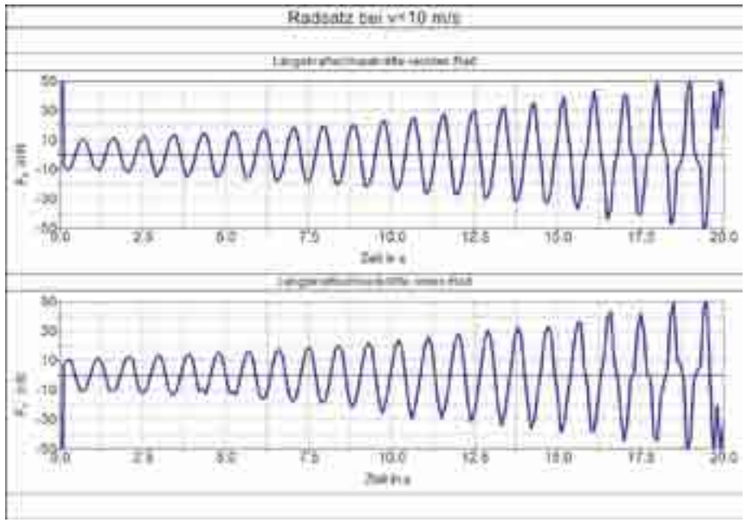
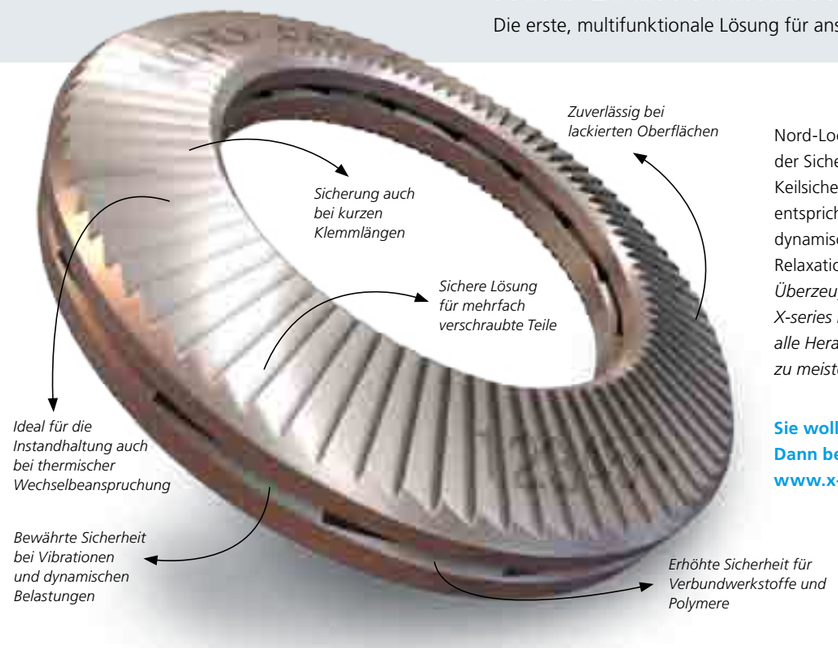


Bild 15: Längskraftschlusskräfte an einem Radsatz

Nord-Lock X-series Keilsicherungsscheiben

Die erste, multifunktionale Lösung für anspruchsvolle Schraubenverbindungen



Nord-Lock bietet nun eine neue Dimension der Sicherheit! Ein einziges, multifunktionales Keilsicherungssystem, das genau Ihren Ansprüchen entspricht – ganz gleich ob bei Vibrationen, dynamischen Bewegungen, Setzerscheinungen oder Relaxation.

Überzeugen Sie sich selbst davon, wie Nord-Lock X-series Keilsicherungsscheiben Ihnen dabei helfen, alle Herausforderungen einer sicheren Verschraubung zu meistern.

Sie wollen mehr erfahren?
Dann besuchen Sie uns unter
www.x-series.com

Nord-Lock X-series Keilsicherungsscheiben
Schraubensicherung ohne Kompromisse

NORD-LOCK®
Bolt securing systems

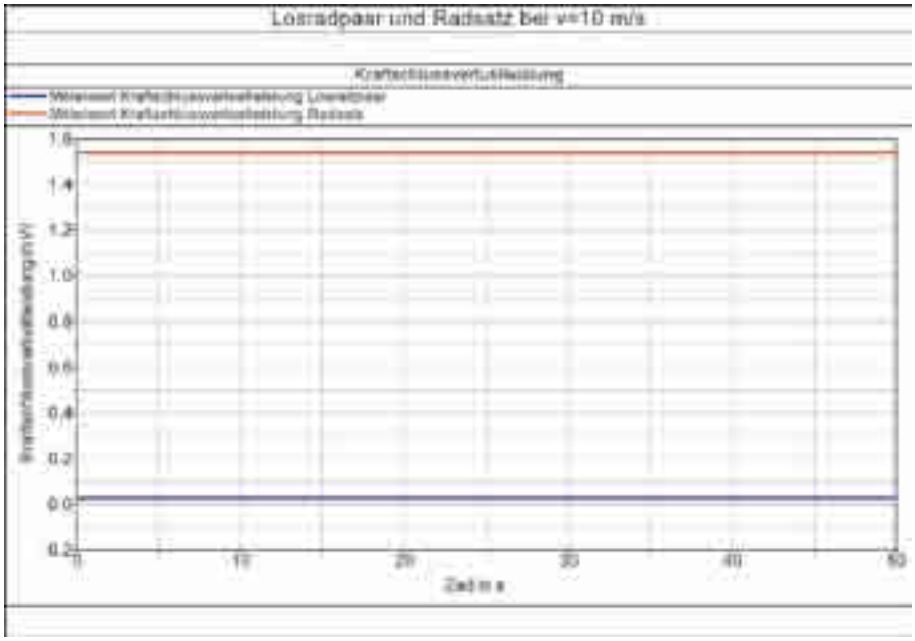


Bild 16: Kraftschlussverlustleistung (Durchschnitt) von Radsatz und Losradpaar

Die im Vergleich zum Radsatz hohe Grenzgeschwindigkeit für den Wellenlauf zeigt sowohl bei der mathematischen Analyse als auch bei der MKS-Simulation die gute Eignung von Losradfahrwerken für den Bereich hoher Geschwindigkeiten.

– A 279 –

(Indexstichworte: Hochgeschwindigkeitsverkehr, Spurführungstechnik, Fahrwerke)

(Bildnachweis: 1 bis 17, Verfasser)

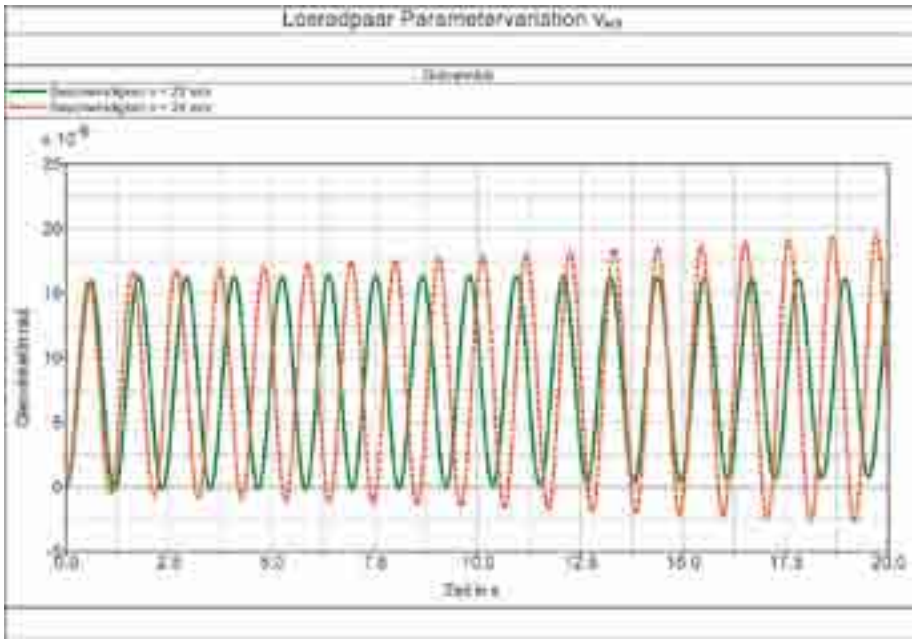


Bild 17: Variation der Geschwindigkeit zur Ermittlung von v_{krit}

Literatur

[1] *Frederich, F.:* Dynamics of a bogie with independent wheels. Vehicle System Dynamics 19 (1989) 4, S. 217–232.

[2] *Dukkipati, R. V.; Swamy, S. N.; Osman, M.:* Independently Rotating Systems for Railway Vehicles – A State of the Art Review. Vehicle System Dynamics 21 (1992) 1, S. 297–330.

[3] *Goodall, R.; Hong, L.:* Solid Axle and Independently-Rotating Railway Wheelset – A Control Engineering Assessment of Stability. Vehicle System Dynamics 33 (2000) 1, S. 57–67.

[4] *Liang, B.; Iwnicki, S. D.:* Independently Rotating Wheels with Induction Motors for High-Speed Trains. Journal of Control Science and Engineering, 2011.

[5] *Dellmann, T:* Spurführungsdynamik. Vorlesungsunterlagen IFS. Aachen, 2011.

[6] *Haigermoser, A.:* Schienenfahrzeuge. Vorlesungsunterlagen TU Graz, 2002.

[7] *Knothe, K.; Stichel, S.:* Schienenfahrzeugdynamik. Springer Verlag, Berlin 2003.

Univ. Prof. Dr.-Ing. Torsten Dellmann (60). Studium des Maschinenbaus, Vertiefungsrichtung Fördertechnik, an der RWTH Aachen. Wissenschaftlicher Angestellter am Institut für Fördertechnik und Schienenfahrzeuge der RWTH Aachen bis 1986, anschließend Abschluss Dr.-Ing. in 1986. Angestellter der Fa. Rheinmetall GmbH, Düsseldorf, von 1986 bis 1991. Hauptabteilungsleiter der Fa. Bergische Stahlindustrie Verkehrstechnik GmbH in Remscheid von 1991 bis 1997. Leiter Technik des Bereichs Bahn sowie Bereichsleiter Bahn bei Rexroth Mecman GmbH, Hannover, von 1997 bis 1999. Geschäftsführer der Knorr-Bremse MRP Systeme für Schienenfahrzeuge GmbH & Co. KG, München, von 1999 bis 2001. Seit dem 1.6.2001 Institutsleiter am Institut für Schienenfahrzeuge und Fördertechnik (IFS) der RWTH Aachen.
Anschrift: Institut für Schienenfahrzeuge und Fördertechnik, RWTH Aachen, Seffenter Weg 8, 52074 Aachen, Deutschland.
E-Mail: Torsten.Dellmann@ifs.rwth-aachen.de

Dipl.-Ing. Basem Abdelfattah (32). Studium des Maschinenbaus mit Vertiefungsrichtung Kraftfahrwesen an der RWTH Aachen bis 2007. Seit 2007 wissenschaftlicher Mitarbeiter am Institut für Schienenfahrzeuge und Fördertechnik der RWTH Aachen mit Schwerpunkt im Bereich Fahrzeugdynamik und Fahrwerkstechnik.
Anschrift: Institut für Schienenfahrzeuge und Fördertechnik, RWTH Aachen, Seffenter Weg 8, 52074 Aachen, Deutschland.
E-Mail: Basem.Abdelfattah@ifs.rwth-aachen.de